

Partie II:
Optique ondulatoire

Chapitre I

ONDES ELECTROMAGNETIQUES PLANES

Généralités

Sources d'onde électromagnétiques

De façon simple on peut identifier trois grands types de sources de champs impliqués dans les ondes électromagnétiques :

- i. Les charges électriques immobiles, qui créent des champs électriques $\vec{E}(\vec{r})$
- ii. Les charges électriques en mouvement uniforme (courant électrique uniformes ou permanents), qui créent des champs magnétostatiques $\vec{B}(\vec{r})$
- iii. Les charges électriques animées de mouvements variables dans le temps, qui créent des champs électromagnétiques caractérisés simultanément par un champ électrique et un champ magnétique interdépendant et variable dans le temps $[\vec{E}(\vec{r}), \vec{B}(\vec{r})]$. La dépendance entre ces deux champs est décrite par les équations de Maxwell.

Le rayonnement électromagnétique est caractérisé par : la fréquence, l'amplitude, la polarisation, le déphasage de \vec{E} et \vec{B}

I. EXPRESSION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

1- Equations de Maxwell dans le vide

En régime variable, le champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) dans un milieu matériel linéaire et isotrope, de permittivité diélectrique ϵ et de perméabilité magnétique μ , vérifie les équations suivantes dites *de Maxwell*

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & (1) \text{ Equation de Maxwell - Faraday} \\ \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} & (2) \text{ Equation de Maxwell - Gauss} \\ \text{div} \vec{B} = 0 & (3) \text{ Equation de Maxwell - Thomson} \\ \text{rot} \vec{B} = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & (4) \text{ Equation de Maxwell - Ampère} \end{array} \right.$$

ρ étant la densité de charges électriques et \vec{j} la densité de courant électrique. La première de ces équations est dite *équation de Maxwell-Faraday*, la deuxième *équation de Maxwell-Gauss* et la

quatrième *équation de Maxwell-Ampère*. La troisième équation traduit la conservation du flux du champ magnétique. Contrairement aux équations (1) et (3), dites *structurelles*, les équations (2) et (4) relient les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} aux sources ρ et \vec{j} qui leur ont donné naissance.

Remarque : Les équations de Maxwell montrent qu'un champ électrique oscillant génère un champ magnétique oscillant et réciproquement.

Si maintenant on se place loin des zones de charges ($\rho=0$) et des sources de courant ($\vec{j}=0$), les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{ou} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1') \\ \text{div} \vec{E} = 0 & \text{ou} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2') \\ \text{div} \vec{B} = 0 & \text{ou} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3') \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{ou} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4') \end{array} \right.$$

$\vec{\nabla}$ est l'opérateur nabla, en coordonnées cartésiennes dans un repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$$

2 – Equations d'onde

2-1- Champ électrique

Les deux équations (1') et (4') sont couplées et sont comparables aux équations obtenues pour les ondes acoustiques. Essayons de la même façon de découpler ces équations, prenons par exemple le rotationnel de la première équation (1') :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B})$$

Où l'on a permuté les dérivations partielles par rapport à x, y et z du rotationnel avec celle relative au temps. Comme :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$$

Et à l'aide des équations (é') et (4') de Maxwell on peut écrire :

$$-\Delta \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Soit :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Cette expression représente une équation d'onde où la vitesse de propagation est :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$

Remarque : pour le vide $\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$ et $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7} H.m^{-1}$, cette vitesse vaut $v = 2,9979 \cdot 10^8 m.s^{-1}$ qui n'est autre que la célérité c de la lumière.

2-2- Champ magnétique

Pour établir l'équation aux dérivées partielles pour le champ magnétique, calculons le rotationnel de chacun des membres du théorème d'Ampère-Maxwell (4') :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{B}) = \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{B}) - \Delta \vec{B} = \overrightarrow{rot}(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

$$\text{Avec : } \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Donc :

$$\Delta \vec{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

II. L'onde plane progressive sinusoïdale

1. Relation de dispersion

L'onde plane progressive sinusoïdale est définie, en notation complexe, par :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

où \vec{k} est le vecteur d'onde donnant la direction de propagation de l'onde plane. En utilisant la définition du laplacien vectoriel dans un système de coordonnées cartésiennes, on peut montrer que :

$$\Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E}$$

L'équation de propagation s'écrit alors sous la forme :

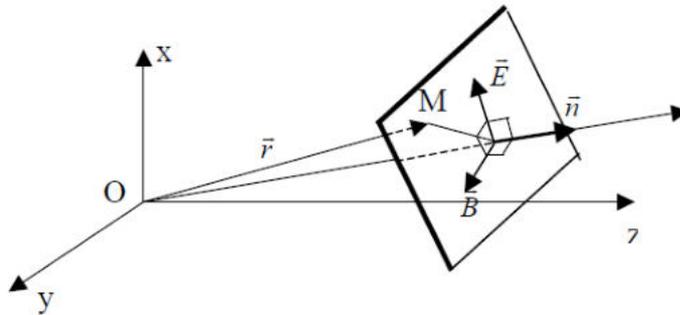
$$\left[-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right] \vec{E} = 0$$

2. Structure de l'onde uniforme plane

L'onde plane progressive sinusoïdale doit également satisfaire le théorème de Gauss. On montre aisément que pour une onde plane progressive sinusoïdale :

$$\text{div}(\vec{E}) = 0 \text{ est équivalente à } -i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$$

Soit encore $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$; ce qui revient à dire que le champ électrique \vec{E} est perpendiculaire à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde \vec{k} . Le champ électrique est dit transversal.



3. Ondes planes sinusoïdales

En se plaçant suffisamment loin de sa source, une onde peut être considérée comme plane. Du fait de la linéarité des équations de propagation on cherchera des solutions de la forme d'ondes planes harmoniques. Dans le cas d'une onde progressive on écrira :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

Avec :

ω : Pulsation de la fonction sinusoïdale

$k = \frac{\omega}{c}$: Constante appelée nombre d'onde

\vec{k} : Vecteur d'onde perpendiculaire au plan d'onde

$\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$: Phase instantanée

L'onde électromagnétique est caractérisée par une double périodicité :

- Une périodicité temporelle : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ou une fréquence $f = \frac{1}{T}$
- Une périodicité spatiale : à un instant donné t , le champ varie sinusoïdalement en fonction des coordonnées spatiales : $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

λ est appelée la longueur d'onde. On peut remarquer que la longueur d'onde λ est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une période.

Relations entre les champs

Les composantes du champ magnétique sont déterminées à l'aide des équations de Maxwell. Pour les opérateurs de dérivation on a: $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$ et $\vec{\nabla} = -j\vec{k}$

En injectant dans les équations de Maxwell, on obtient :

$$\begin{cases} \vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} \\ \vec{E} = -\frac{c^2 \vec{k} \wedge \vec{B}}{\omega} \\ \vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}$$

- Les deux champs \vec{E} et \vec{B} sont en phase
- Les deux champs sont orthogonaux au vecteur d'onde $\vec{k} \Rightarrow$ **Onde transversale**
- $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre direct
- Les modules des champs sont proportionnels $\vec{B} = \frac{\vec{E}}{c}$

III. Polarisation de l'onde harmonique

Dans ce paragraphe, pour simplifier, nous orientons le référentiel d'étude (O, x, y, z) de sorte que la propagation de l'onde électromagnétique ait lieu selon l'axe Ox . Le vecteur d'onde s'écrit alors $\vec{k} = k\vec{e}_x$. Compte tenu de la transversalité de l'onde les composantes cartésiennes du champ électrique devient :

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= 0 \\ \vec{E}_y &= \vec{E}_{0y} e^{i(\omega t - kx + \varphi_y)} \\ \vec{E}_z &= \vec{E}_{0z} e^{i(\omega t - kx + \varphi_z)} \end{aligned}$$

Où E_{0y} et E_{0z} sont les modules des amplitudes complexes \vec{E}_{0y} et \vec{E}_{0z} , et φ_y et φ_z leurs arguments. Choisissons l'origine du temps de façon qu'à $t=0$, $\varphi_y = 0$ et posons $\varphi_z = \varphi$. Les deux dernières composantes s'expriment alors en notation réelle :

$$\begin{aligned} \vec{E}_y &= \vec{E}_{0y} \cos(\omega t - kx) \\ \vec{E}_z &= \vec{E}_{0z} \cos(\omega t - kx + \varphi) \end{aligned}$$

D'où l'on a :

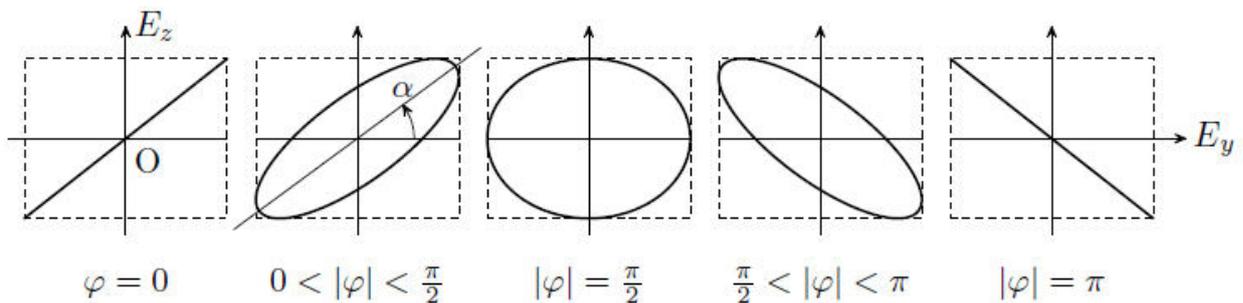
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\vec{E}_y}{\vec{E}_{0y}} = \cos(\omega t - kx) \\ \frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_{0z}} = \cos(\omega t - kx) \cos(\varphi) - \sin(\omega t - kx) \sin(\varphi) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\vec{E}_y}{\vec{E}_{0y}} \cos(\varphi) - \frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_{0z}} = \sin(\omega t - kx) \sin(\varphi)$$

D'où :

$$\left(\frac{\vec{E}_y}{\vec{E}_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_{0z}} \right)^2 - 2 \frac{\vec{E}_y}{\vec{E}_{0y}} \frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_{0z}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi)$$

Ainsi, l'extrémité du vecteur \vec{E} décrit parallèlement au plan Oyz une ellipse inclinée. En posant $a = E_{0y}$ et $b = E_{0z}$, et en admettant que $a > b$, le grand axe de l'ellipse est incliné d'un angle α tel que :

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{2ab \cos(\varphi)}{a^2 - b^2}$$



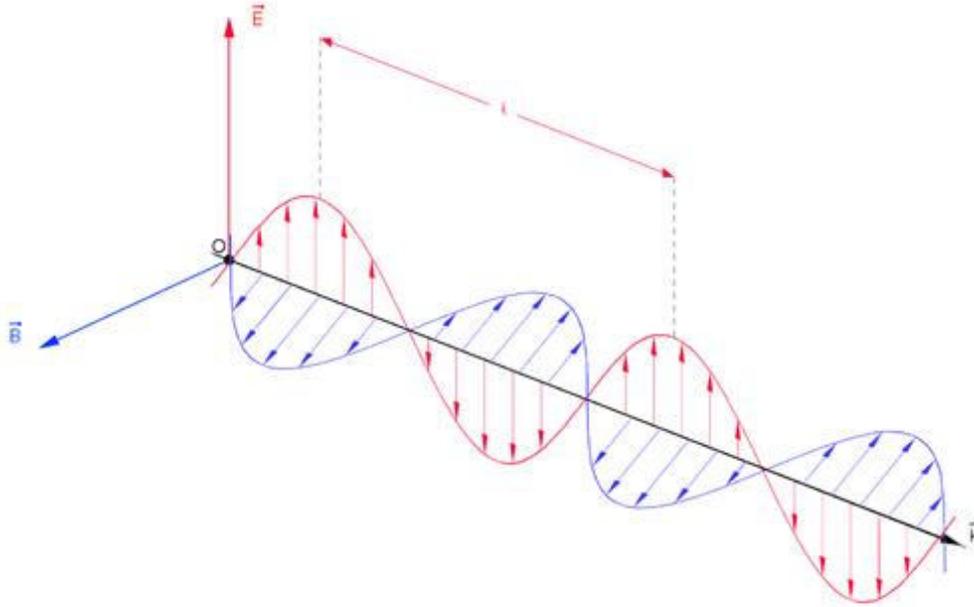
Rq :

- **Polarisation circulaire :** C'est un cas particulier de la polarisation elliptique, on a ici :

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \quad (+ : \text{polarisation droite et } - : \text{polarisation gauche}), \text{ et } E_{0y} = E_{0z}$$

- **Polarisation rectiligne :** C'est un cas particulier de la polarisation elliptique, on a ici :

$$\varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi$$



IV Aspects Energétique

1- Densité d'énergie électromagnétique. Vecteur de Poynting

En un point M dans le milieu de propagation, repéré par le vecteur position \vec{r} , la densité d'énergie électromagnétique s'écrit :

$$P = \int_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{s}$$

Avec $\vec{\Pi}$ est le vecteur de poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B}$$

2- Exemple d'une onde plane

Soit une onde plane polarisée rectilignement suivant \vec{u}_z , le champ électrique est donné par :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \frac{1}{c} \begin{pmatrix} -E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{1}{c\mu_0} \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \frac{1}{c} \begin{pmatrix} -E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\Pi} = \frac{1}{c\mu_0} E_{0x}^2 \cos^2(\omega t - kz + \varphi_x) + E_{0y}^2 \cos^2(\omega t - kz + \varphi_y) \vec{u}_z$$

La moyenne temporelle :

$$\overline{\vec{\Pi}} = \frac{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}{2c\mu_0} \vec{u}_z = \frac{\overline{E^2}}{c\mu_0} \vec{u}_z = c \frac{\overline{B^2}}{\mu_0} \vec{u}_z$$

3- Intensité d'une onde électromagnétique

La valeur moyenne du flux élémentaire du vecteur de *Poynting* à travers une surface d^2S sur une période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ s'exprime :

$$\langle d^2\phi(\vec{r}, t) \rangle = \epsilon c \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle d^2S = \frac{\epsilon c d^2S}{T} \int_0^T \vec{E}^2(\vec{r}, t) dt$$

Et la valeur moyenne sur une période vaut :

$$\langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} (E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2)$$

On définit l'éclairement de la surface d^2S par :

$$E_v = \frac{\langle d^2\phi \rangle}{d^2S} = \frac{\langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle}{\mu_0 c} = \frac{\overline{E_0^2}}{2\mu_0 c}$$

il représente l'énergie électromagnétique interceptant, par unité de temps, l'unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation. Le coefficient de proportionnalité $\frac{1}{2\mu_0 c}$ est une constante que l'on omet en général quand on ne s'intéresse qu'à la répartition de l'éclairement dans un plan.

On introduit alors l'intensité I de l'onde électromagnétique, proportionnelle à l'éclairement :

$$I = 2\mu_0 c E_v = \overline{E_0^2} = \|\vec{E}\|^2 = 2 \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle$$

Rq : calcul de la moyenne temporelle :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_i) dt = \frac{1}{2T} \int_0^T [1 + \cos 2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_i)] dt = \frac{1}{2}$$

Avec : $i = x, y$ ou z

CHAPITRE 2

INTERFERENCES LUMINEUSES

I. LE PHENOMENE D'INTERFERENCES

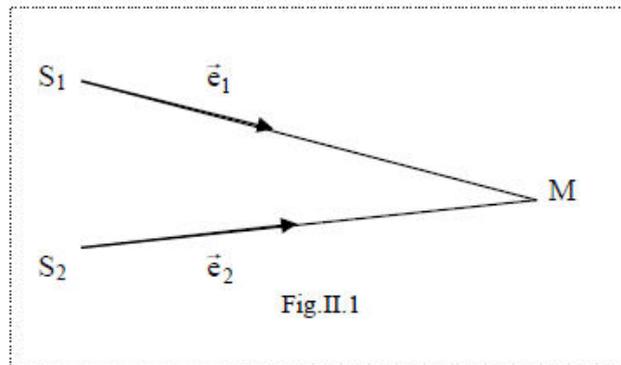
1. Formule fondamentale des interférences à 2 ondes

Dans de nombreux dispositifs, une source primitive S donnera deux sources dérivées S_1 et S_2 corrélées, émettant en phase deux ondes lumineuses, supposées pour l'instant parfaitement monochromatiques. Ces ondes vont parvenir en un point M quelconque de l'espace déphasées l'une par rapport à l'autre du fait d'un terme de propagation différent.

Prenons systématiquement la phase nulle pour l'amplitude d'une des sources. Elle s'écrit :

$$\vec{A}_1 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cdot \vec{e}_1 = a_1 e^{j(\omega t - \varphi_1)} \cdot \vec{e}_1$$

$$\vec{A}_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \cdot \vec{e}_2 = a_2 e^{j(\omega t - \varphi_2)} \cdot \vec{e}_2$$



Les modules des amplitudes peuvent être éventuellement différents.

L'amplitude résultante en M est :

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \cdot \vec{e}_1 + a_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \cdot \vec{e}_2$$

$$= a_1 e^{j(\omega t - \varphi_1)} \cdot \vec{e}_1 + a_2 e^{j(\omega t - \varphi_2)} \cdot \vec{e}_2$$

L'intensité en M se calcule selon la formule :

$$I = \vec{A} \cdot \vec{A}^* = (A_1 + A_2)(A_1^* + A_2^*)$$

L'intensité lumineuse résultante est donc :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$$

Avec : $I_1 = a_1^2$; $I_2 = a_2^2$ (le milieu où se trouve M étant le vide d'indice de réfraction $n = 1$) ; et $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ (différence de phase)

On peut alors placer un écran en un endroit quelconque de l'espace (mais susceptible d'être atteint par des rayons issus des 2 sources !) et y observer la répartition d'intensité, **non uniforme à priori du fait du phénomène d'interférences** : on dit que **les interférences sont non localisées**, et qu'on visualise sur l'écran une **figure d'interférences**.

Le troisième terme qui est à l'origine des phénomènes d'interférence est appelé **terme d'interférence** :

$$T = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2$$

Il **n'y a donc d'interférence** si T est constamment nul, en particulier:

- Lorsque les deux champs superposés sont **perpendiculaires** :
- Lorsque les deux **ondes** ne sont **pas cohérentes**, c'est -à- dire lorsque φ dépend du temps et varie par conséquent d'une manière aléatoire : dans ce cas le détecteur ne perçoit que la moyenne de I , soit :

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2$$

Puisque $\langle \cos \varphi \rangle = 0$

Conditions d'interférence lumineuses et réalisation pratique

D'après les expériences courantes d'optique et compte tenu de ce qui précède, les phénomènes lumineux ne sont possibles que lorsque les conditions suivantes sont réalisées :

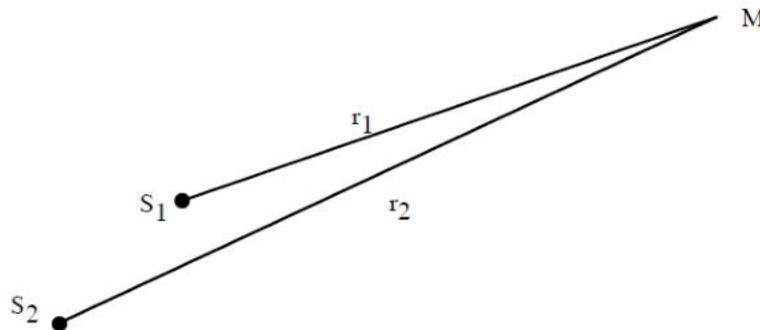
- Les ondes à interférer doivent être **synchrones** ;
- Les ondes doivent être **cohérentes**, dans ce cas la différence de phase φ ne dépend que des chemins optiques ;
- Les champs à superposer **ne doivent pas être perpendiculaire**; en pratique, on choisit des ondes de directions de propagation voisines (**presque parallèle**).

Pour réaliser les 2 premières conditions, les deux ondes lumineuses doivent provenir d'une source de lumière primaire unique, S_1 et S_2 sont considérées comme deux sources de lumière secondaires. Celles-ci peuvent être créées en pratique par division soit:

- ❖ Du front d'onde: on sépare spatialement l'onde primaire en deux ondes, par un dispositif t.q. les trous de Young.
- ❖ De l'amplitude: par une lame semi-réfléchissante par exemple

2. Différence de marche - ordre d'interférences

Revenons à présent sur le calcul du déphasage φ : considérons le cas simple où les rayons peuvent se propager en ligne droite des sources au point M d'observation :



Les deux amplitudes des ondes reçues en M s'écrivent en fait :

$$A_1(M) = a_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}_1)} \quad \text{et} \quad A_2(M) = a_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}_2)}$$

En supposant les deux ondes de même amplitude $k = n \frac{\omega}{c} = n \frac{2\pi}{\lambda_0}$ en appelant λ_0 la longueur d'onde de la lumière émise dans le vide.

En prenant l'onde issue de S_1 comme origine des phases, l'onde issue de S_2 présente donc un retard de phase $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(r_2 - r_1)$.

Le terme $n(r_2 - r_1)$ représente la **différence des chemins optiques** S_2M et S_1M . On l'appelle **différence de marche** δ entre les rayons S_1M et S_2M . Ce résultat est en fait tout à fait général : la différence de phase entre les deux ondes s'écrit :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

Rq.1 L'indice du milieu dans lequel se propagent les rayons est inclus dans la différence de marche et la longueur d'onde qui intervient dans la formule ci-dessus est la longueur d'onde de l'onde dans le vide, caractéristique de sa fréquence. On peut très bien imaginer par ailleurs

que les deux rayons, ou une partie de ceux-ci, ne se propagent pas dans le même milieu, ce dont on tiendra compte dans le calcul des chemins optiques.

Rq.2 Le déphasage calculé ici ne provient que de la différence de marche des rayons issus de S_1 et S_2 jusqu'au point M . Cependant, dans certaines configurations, il faudra lui ajouter un déphasage supplémentaire dû à un phénomène physique subi par l'un des deux rayons, comme la réflexion sur un milieu plus réfringent ou le passage par un foyer...

Il suffit alors de reprendre dans ce cas la formule générale des interférences à deux ondes qui devient ici :

$$I = 2I_0(1 + \cos \varphi) = 2I_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta))$$

I_0 représente l'intensité uniforme qu'on obtient sur l'écran en occultant l'une des deux sources.

Rq. Il y a périodicité de l'intensité vis à vis de la phase φ : ceci n'implique nullement une périodicité identique sur l'écran. Il faudrait pour cela que cette phase soit elle-même une fonction linéaire d'une variable de position. Cette linéarité sera vérifiée dans certains cas, mais dans d'autres non.

Les points de même intensité forment sur la figure d'interférences des courbes appelées **franges d'interférences**. Aux points d'intensité la plus faible (ici nulle) correspondent les **franges sombres**, aux points d'intensité la plus forte, les **franges brillantes**.

Les points d'intensité maximale (franges brillantes) sont tels que $\delta = k.\lambda_0$, et les points d'intensité minimale (franges sombres) tels que $\delta = (k + \frac{1}{2}).\lambda_0$, où k est un entier relatif. On appellera d'ailleurs **ordre d'interférence** le quotient $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$

- Aux franges brillantes correspond un ordre d'interférences entier : $p = k$
- Aux franges sombres correspond un ordre d'interférences demi-entier : $p = (k + \frac{1}{2})$

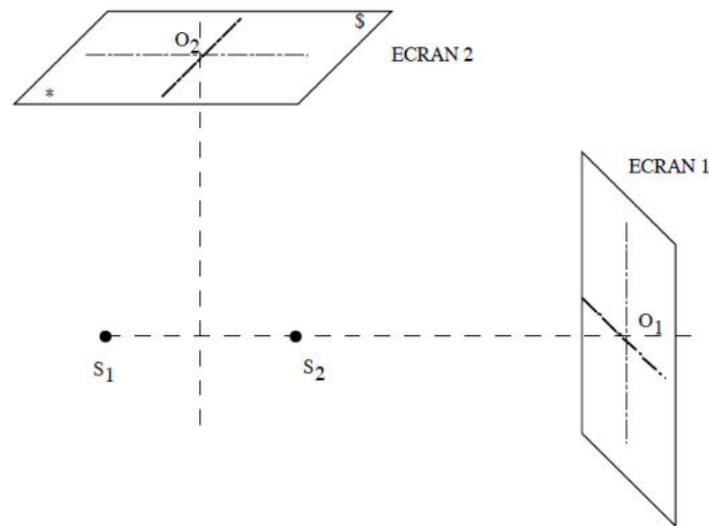
3. Franges d'interférences données par deux sources ponctuelles corrélées

Considérons deux sources ponctuelles corrélées S_1 et S_2 , dont les amplitudes ont même module : elles créent dans tout l'espace un phénomène d'interférences (interférences délocalisées) caractérisé, en un point M quelconque, par l'intensité :

$$I = 2I_0(1 + \cos \varphi)$$

Pour visualiser ce phénomène, on peut disposer un écran plan sur lequel on observera une figure d'interférences. Nous allons préciser dans ce paragraphe l'allure particulière de cette figure selon deux placements remarquables de l'écran :

- Écran 1 placé orthogonalement à l'axe des sources
- Écran 2 placé parallèlement à l'axe des sources

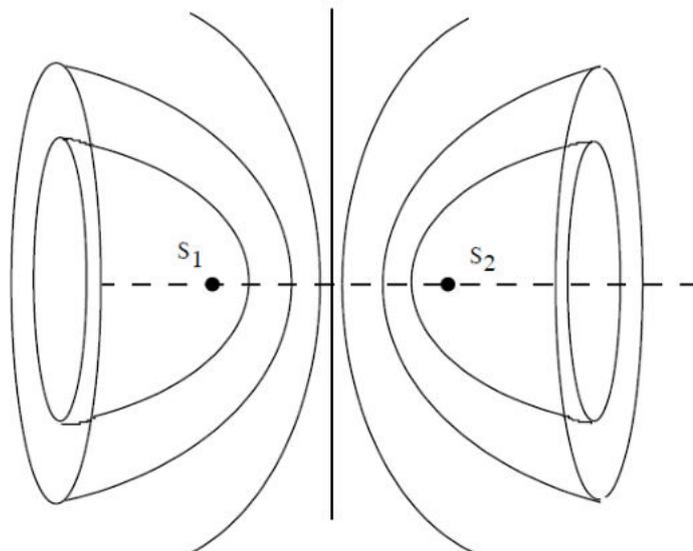


Pour l'écran 1, l'axe S_1S_2 est un axe de révolution : l'aspect de l'écran est nécessairement invariant par rotation autour de cet axe : les points d'égale intensité sont donc situés sur des cercles centrés sur O_1 . On observe donc des **anneaux d'interférences** (ou franges circulaires d'interférences).

La réponse est moins évidente pour l'écran 2. Il nous faut revenir à l'expression générale de $\varphi(M)$:

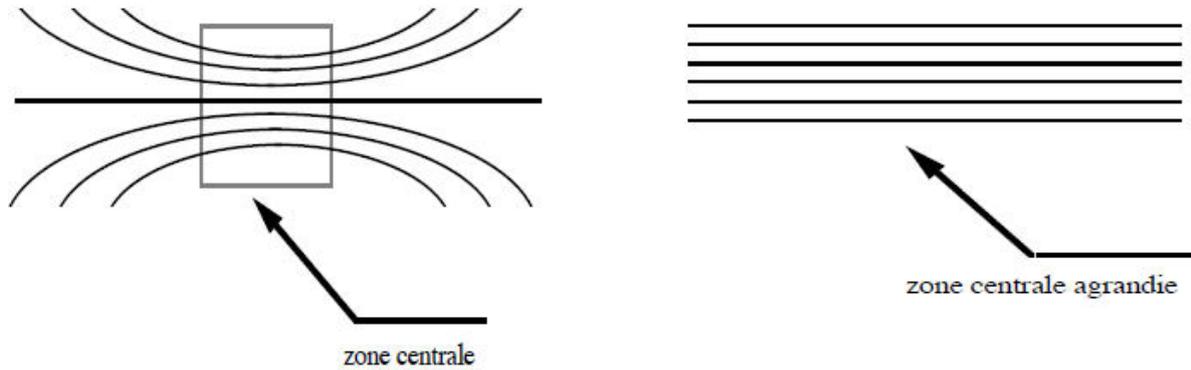
$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} (S_2M - S_1M)$$

Les points d'égale intensité sont ceux pour lesquels $(S_2M - S_1M) = cste$, ce qui définit dans l'espace des hyperboloïdes de révolution dont S_1 et S_2 sont les foyers : on les obtient en traçant des hyperboles de foyers S_1 et S_2 dans un plan quelconque les contenant et en faisant tourner ce plan autour de l'axe S_1S_2 :



Cette figure montre bien que l'intersection de ces hyperboloïdes avec un plan tel que l'écran 1 donne des cercles concentriques.

L'intersection avec un plan tel que l'écran 2 donnera des hyperboles selon le schéma :

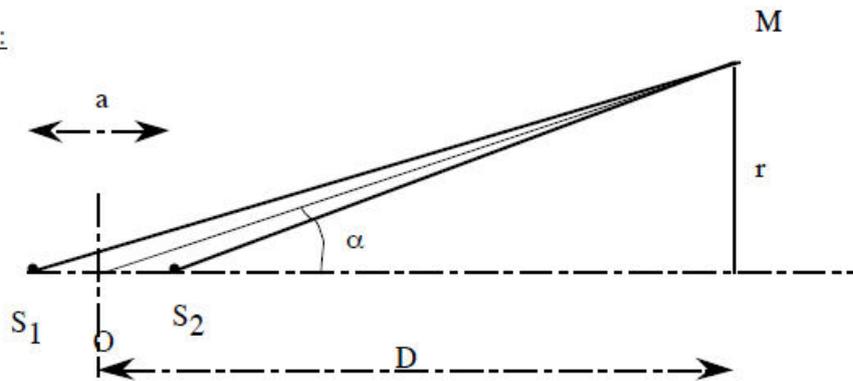


Si l'on ne considère qu'une région peu étendue de l'espace autour du centre de l'écran, ce qui sera réalisé en pratique quand la distance de l'écran aux sources sera grande devant les dimensions « utiles » de l'écran, ces hyperboles sont proches de droites parallèles.

On retiendra l'orthogonalité de ces droites vis à vis de l'axe des sources.

Afin de mieux préciser encore l'allure des figures d'interférences, nous pouvons effectuer un calcul analytique de la différence de marche δ dans les deux cas, en supposant le milieu d'indice $n = 1$.

Ecran 1 :



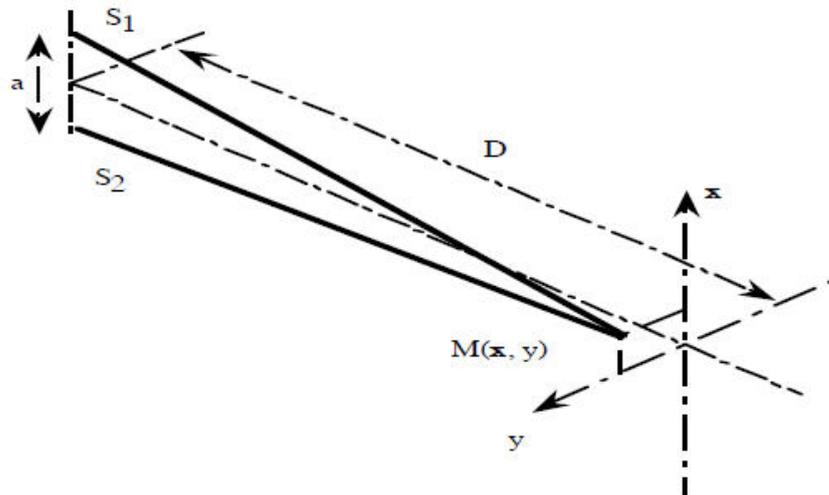
$$\delta = S_2M - S_1M = \sqrt{OM^2 + \frac{a^2}{4} + aOM \cos \alpha} - \sqrt{OM^2 + \frac{a^2}{4} - aOM \cos \alpha}$$

Si l'on ajoute l'hypothèse $D \gg r, a$, réalisée en pratique, un D.L. à l'ordre 1 donne :

$$\delta \approx a \cos \alpha \approx 2a \left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) \approx a \left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right)$$

$$\delta \approx \delta(0) \left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right)$$

Écran 2 :



$$\delta = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

Avec la même hypothèse $D \gg x, y, a$:

$$\delta = D \left(1 + \frac{ax}{2D^2} + \frac{x^2 + y^2 + a^2}{2D^2}\right) - D \left(1 - \frac{ax}{2D^2} + \frac{x^2 + y^2 + a^2}{2D^2}\right)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{a \cdot x}{D}$$

Il est très intéressant de comparer ces deux résultats et les conséquences qui en découlent :

- Dans le cas de l'écran 2, δ ne dépend que de x : on retrouve des franges **rectilignes, orthogonales**

à l'axe des sources. La dépendance en x est en outre linéaire : on passe d'un extremum d'intensité au suivant en faisant varier δ de λ , donc x de $\frac{\lambda \cdot D}{a}$.

La distance $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$, appelée **interfrange**, est indépendante de x : les franges sont donc **équidistantes**.

Enfin, δ est une fonction croissante de x , avec $\delta(0) = 0$. le centre de la figure d'interférences, en l'absence de toute autre différence de marche supplémentaire, correspond à une frange brillante,

pour laquelle l'ordre d'interférences est $p(0) = 0$. **A partir de cette frange centrale, de part et d'autre, les franges brillantes successives sont en quelque sorte numérotées par les ordres 1, 2, 3 ou - 1, - 2, -3...**

➤ Dans le cas de l'écran 1, δ est une fonction décroissante de r^2 , l'ordre d'interférences maximum est obtenu au centre, en $r = 0$. Sa valeur est à priori quelconque (c'est à dire dépendante de la distance a des sources). **L'intensité est donc quelconque au centre, le premier anneau brillant étant obtenu pour la première valeur entière de δ , soit en fait $E(\delta(0))$, où $E(x)$ désigne la partie entière de x ...**

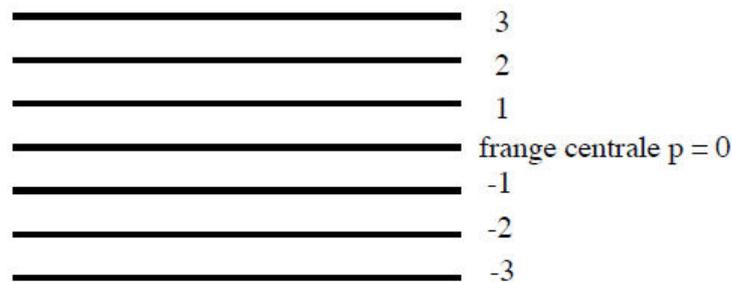
La dépendance de δ en r^2 vis à vis du rayon des anneaux montre enfin que ceux-ci ne sont pas équidistants, mais de plus en plus resserrés. En effet, si r_k désigne le rayon de l'anneau d'ordre

d'interférences k , le rayon de l'anneau suivant correspondra à $k-1$, et on aura :

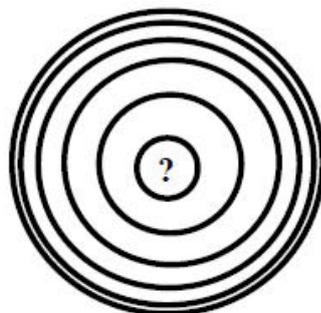
$$\delta_k = \delta(0) \left(1 - \frac{r_k^2}{2D^2}\right) = k\lambda \quad ; \quad \delta_{k-1} = \delta(0) \left(1 - \frac{r_{k-1}^2}{2D^2}\right) = (k-1)\lambda$$

D'où : $r_{k-1}^2 - r_k^2 = \frac{2\lambda D^2}{\delta(0)} = cste \Rightarrow r_{k-1} - r_k = \frac{cste}{r_{k-1} + r_k}$ qui décroît quand les rayons des anneaux augmentent...

On peut résumer ces résultats, importants à mémoriser car on les retrouvera dans plusieurs dispositifs, sur les deux figures ci-dessous :



franges rectilignes équidistantes



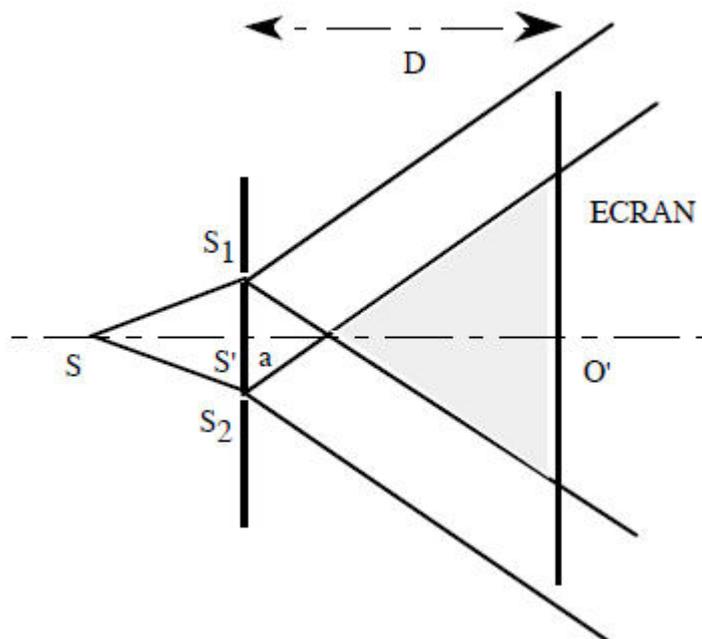
centre indéterminé
anneaux resserrés sur les bords

II. REALISATION PRATIQUE DE FIGURES D'INTERFERENCES

1. Trous d'Young

- Trous d'Young à distance finie

C'est le dispositif le plus simple : S_1 et S_2 sont deux trous percés dans un plan P et on observe le système d'interférences dans un plan parallèle à P. Ces trous se comportent comme des sources secondaires qui réémettent deux faisceaux lumineux : ce phénomène, appelé diffraction sera expliqué dans le chapitre suivant. On observe le phénomène dans un plan parallèle à l'axe des sources.



On a directement $S_1S_2 = a$ et $S'O' = D$.

Les chemins optiques (SS_1) et (SS_2) sont égaux. En appliquant le calcul de δ précédemment évoqué on a directement :

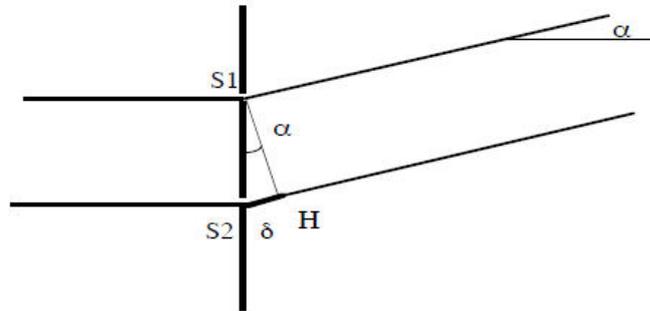
$$\delta = n \frac{ax}{D}$$

- Trous d'Young en lumière parallèle

Dans le précédent dispositif, on place l'écran à distance finie et les rayons qui interfèrent sont donc non parallèles. On peut aussi imaginer l'interférence à l'infini de deux rayons parallèles.

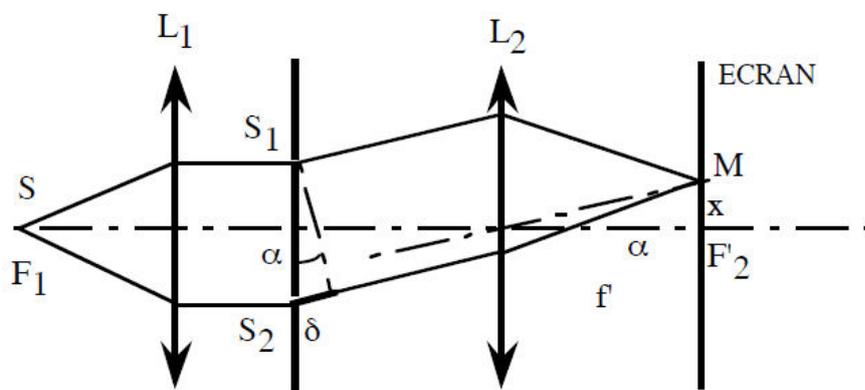
Comment alors recalculer la différence de marche entre les rayons ?

En théorie, en supposant les rayons incidents orthogonaux au plan des trous, le schéma de principe se ramène à :



Pour visualiser la différence de marche, nous utilisons le théorème de Malus : les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'ondes qui sont donc ici des plans. Vis à vis de l'infini, les points S_1 et H sont donc en phase et la différence de marche se réduit à $\delta = nS_2H \approx na\alpha$ puisqu'on est dans les conditions de Gauss.

En pratique, il peut sembler difficile de placer un écran à l'infini ! En fait, on peut ramener le problème à distance finie, dans le plan focal image d'une lentille convergente L , et le schéma devient :



La différence de marche est la même que précédemment : en effet, la lentille L_2 transforme le faisceau parallèle (donc associé à une onde plane) en un faisceau convergent en M (donc associé à une onde sphérique). **Les chemins optiques de S_1 à M (surface d'onde particulière de rayon nul) et de H à M sont égaux, et ce, en tenant compte des chemins internes à L_2 , d'après l'étude du stigmatisme.** Les chemins optiques SS_1 et SS_2 enfin restent égaux. On a donc encore, dans un milieu d'indice n :

$$\delta = na\alpha = \frac{na x}{f'}$$

On a utilisé pour ce calcul un rayon fictif parallèle aux deux rayons qui interfèrent et qui passerait par le centre de L_2 : ce rayon ne serait pas dévié, ce qui donne la relation entre l'angle α et l'abscisse x où viennent converger les rayons après passage dans L_2 .

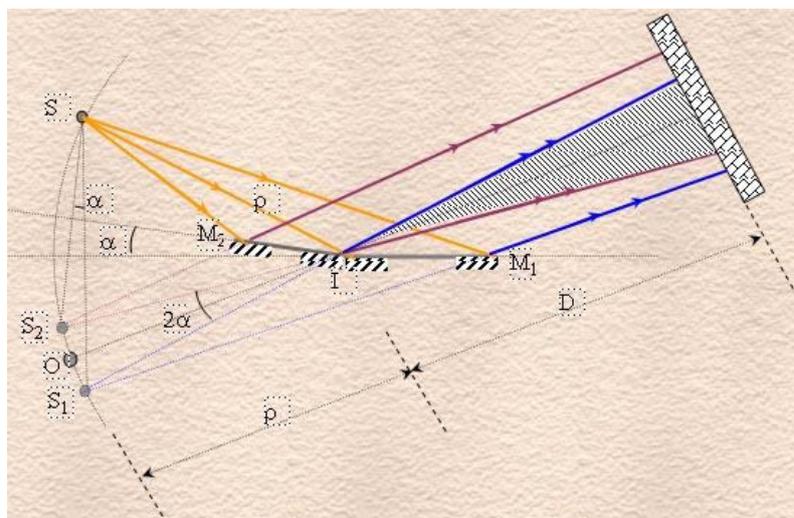
En comparant ce dispositif à celui des trous d'Young à distance finie, on remarque que, dans l'expression de δ , il faut substituer la distance focale f entre la lentille et l'écran à la distance D du plan des trous à l'écran...

2. Réalisation pratique d'interférences par division du front d'onde

Il existe un grand nombre de dispositifs permettant d'obtenir des interférences par division du front d'onde. Ils sont en général optiquement équivalents au dispositif des trous d'Young. La source primaire réalisant la cohérence et la monochromaticité est un Laser

a- Miroirs de Fresnel

Une source ponctuelle S éclaire deux miroirs plans qui font entre eux un angle α de quelques minutes. Les rayons réfléchis semblent provenir des deux images S_1 et S_2 de la source S par les deux miroirs. Du point de vue interférence, tout se passe comme si l'on disposait de deux sources ponctuelles cohérentes S_1 et S_2 . Sur un écran (E) interceptant le champ d'interférence, défini par l'intersection des faisceaux issus de ces deux sources, on observe des franges rectilignes parallèles à l'arête communes des deux miroirs.



On pose $d = S_1I$; $l = IO$ on obtient :

$$\delta = \frac{2\alpha d}{d + l}$$

b- Bilentilles de billet

On coupe une lentille mince convergente, de distance focale f' , suivant un de ses diamètres et on écarte perpendiculairement à l'axe optique les deux moitiés d'une distance e petite.

Une source ponctuelle S située sur l'axe de symétrie, à la distance p ($< -f'$) des deux moitiés, donne deux images réelles S_1 et S_2 situées à la distance p' qui, d'après la relation de conjugaison des lentilles, est telle que :

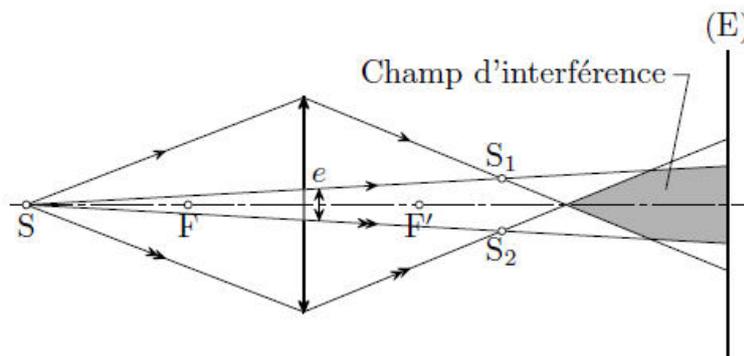
$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

Ces deux images se comportent comme deux sources ponctuelles cohérentes séparées de la distance

$$S_1S_2 = 2a = \frac{e}{|p|} (|p| + p')$$

Sur un écran (E) placé normalement à l'axe optique de sorte à intercepter les faisceaux transmis, on observe dans le champ d'interférence un système de franges rectilignes disposées parallèlement à la séparation des deux moitiés de la lentille [c'est-à-dire, perpendiculairement à la droite (S_1S_2)].

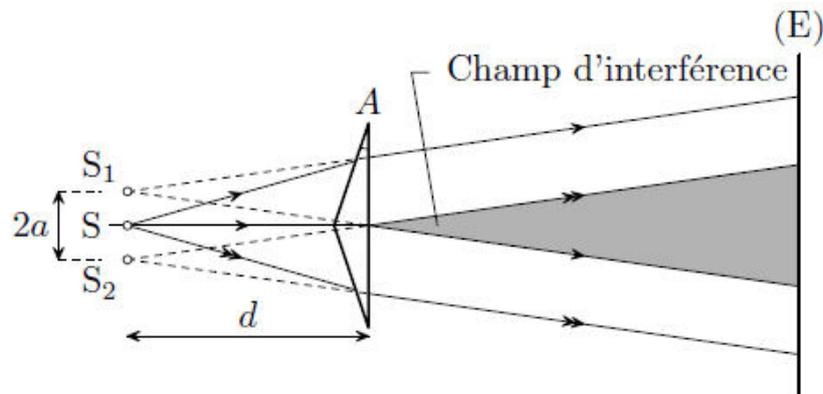
Pour éviter une interférence avec les rayons provenant directement de la source mère S , on rend opaque l'espace entre les deux demi-lentilles. En outre, on fait pencher légèrement les deux moitiés vers la source S de façon à élargir le champ d'interférence.



c- Biprisme de Fresnel

Le biprisme de Fresnel est constitué par deux prismes à faible angle au sommet A et d'indice n , accolés l'un à l'autre par leur base et possédant une face commune.

Dans la pratique, il est taillé dans une seule lame en verre de faible épaisseur. Éclairé convenablement par une source lumineuse ponctuelle S, il engendre deux faisceaux qui semblent provenir de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 disposées symétriquement par rapport à S.



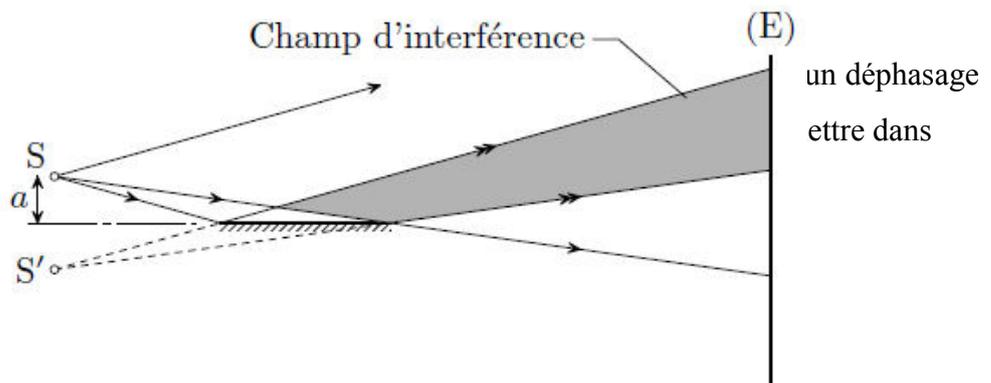
Sur un écran (E) placé parallèlement à la face de sortie du biprisme de manière à intercepter les faisceaux transmis, on observe dans le champ d'interférence un système de franges rectilignes disposées parallèlement aux arêtes du biprisme [c'est-à-dire, perpendiculairement à la droite (S_1S_2)].

d- Miroir de Lloyd

On éclaire un miroir unique en incidence quasi-rasante. Une partie du faisceau issu de la source S située à la distance a du plan du miroir, se réfléchit sur ce dernier et semble provenir de l'image S_0 de S, avec $SS_0 = 2a$. L'intersection de la partie ainsi réfléchie avec la partie non réfléchie constitue le champ d'interférence. Dans l'expression de la différence de marche δ , on doit ajouter un terme complémentaire $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ dû à la différence de phase de $\pm\pi$ introduite par la réflexion rasante de l'onde incidente sur un dioptré séparant le milieu de propagation moins réfringent (air) d'un milieu plus réfringent (argenture ou premier dioptré du miroir).

Remarque

Dans le cas du t de $\pm\pi$ d'où l'on l'expression de



CHAPITRE 3

DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

(Résumé)

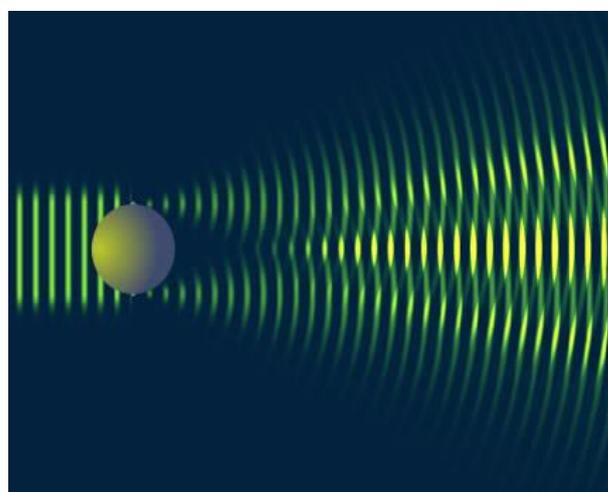
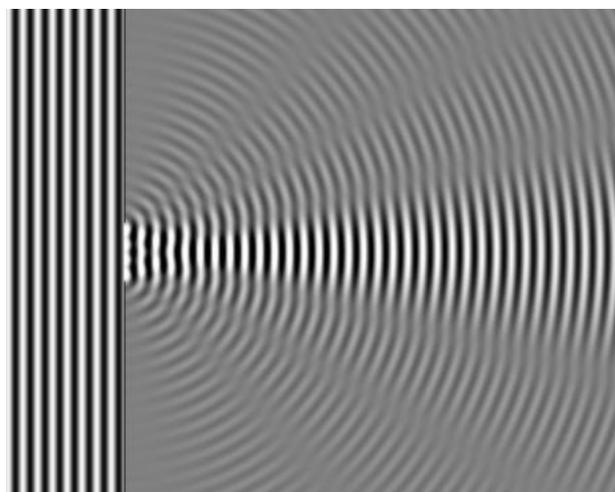
Nous avons étudié dans le chapitre des interférences la superposition d'ondes lumineuses et observés les franges d'interférence. Nous avons négligés les effets de la diffraction. Maintenant nous tenons compte de la diffraction et des interférences lors du passage d'une onde à travers une ouverture. Dans l'étude des interférences, les différences de marche entre deux ondes adjacentes étaient finies. Nous considérons la superposition d'un très grand nombre d'ondes générées par des sources qui sont très voisines les unes des autres. La distance entre ces sources est très petite, nous avons une infinité de très petites différences de marche entre deux sources adjacentes. Notre étude se base sur le principe d'Huygens.

MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DU PHENOMENE DE DIFFRACTION

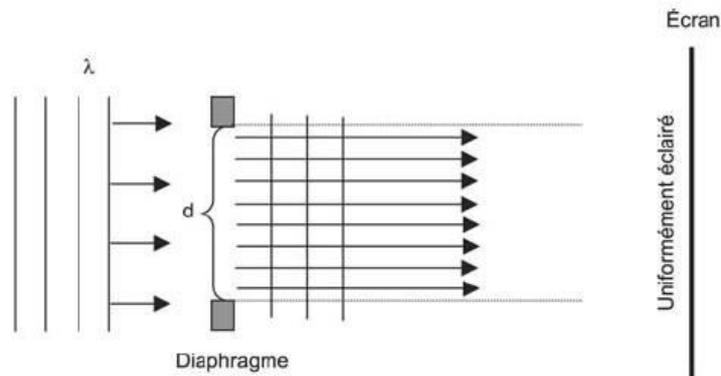
Lorsqu'un faisceau lumineux traverse une ouverture (ou diaphragme), les lois de l'optique géométrique, et notamment la propagation rectiligne dans un milieu homogène, voudraient que les bords du diaphragme limitent simplement le faisceau

Or, on constate que si le diaphragme a des petites dimensions, ces lois ne sont plus respectées. Le phénomène observé sur l'écran, appelé diffraction, possède les deux caractéristiques essentielles suivantes :

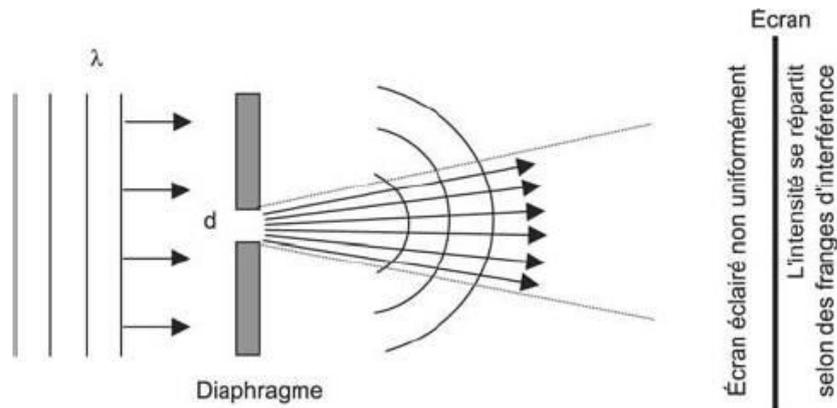
- **La tache lumineuse est plus large que la tâche qui correspondrait à la simple trace du faisceau transmis suivant les lois de l'optique géométrique, et d'autant plus large que l'ouverture est petite.**
- **L'intensité lumineuse sur l'écran est structurée c'est à dire non uniforme.**



Le phénomène de diffraction est essentiellement un phénomène de bord : quand un obstacle quelconque limite le faisceau, le phénomène de diffraction apparaît. Il n'affecte que les bords du faisceau et si la partie centrale est "grande" devant la partie concernée par les effets de bord, le phénomène est "masqué".



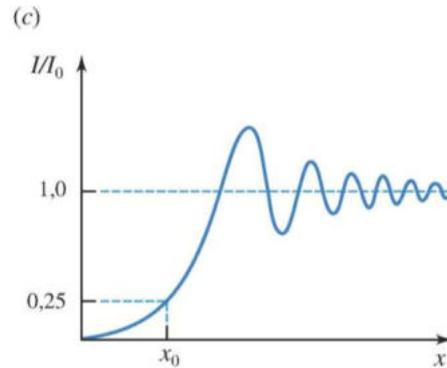
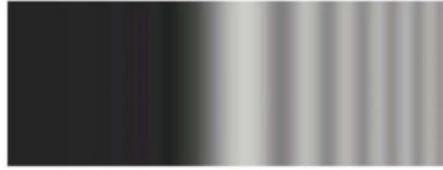
Par contre, quand l'ouverture devient petite, les effets de bord sont alors nettement visibles.



La distance caractéristique sur laquelle se manifeste le phénomène de diffraction est la longueur d'onde : c'est quand une **ouverture possède des dimensions de l'ordre de λ** que la lumière qui la traverse est fortement affectée par le phénomène de diffraction.

Diffraction de Fresnel

Si la source ou l'écran se trouve près de l'ouverture ou de l'obstacle, les fronts d'onde sont sphériques et la figure est assez complexe. C'est ce que l'on appelle la **diffraction de Fresnel**. Une partie de la lumière pénètre dans la région d'ombre géométrique et l'on observe des franges près des bords de l'obstacle.



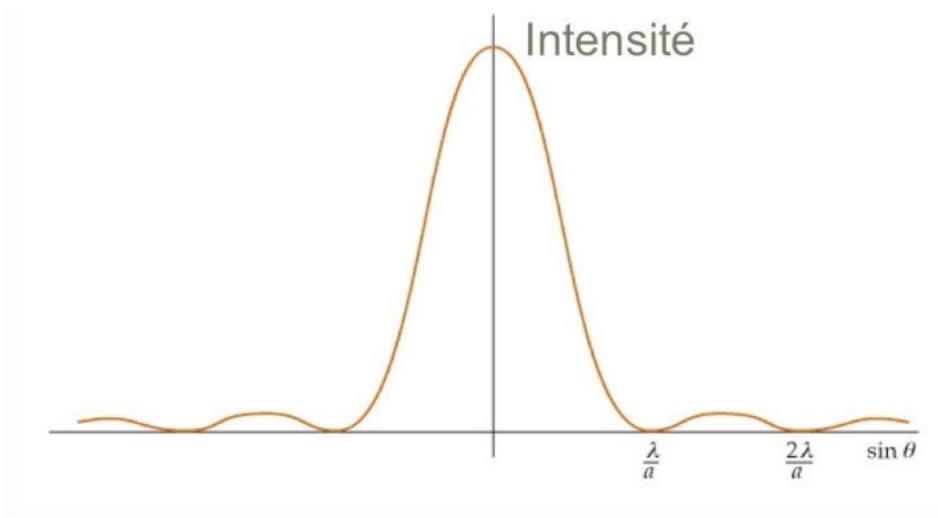
Diffraction de Fraunhofer

Si la source et l'écran sont tous deux éloignés de l'ouverture ou de l'obstacle, la figure obtenue est plus simple à analyser. La lumière incidente a la forme d'une onde plane et les rayons sortant de l'ouverture sont parallèles. C'est ce qu'on appelle **diffraction de Fraunhofer** (ou diffraction à l'infini).

Étude qualitative

- Lors de l'étude de l'interférence à 2 fentes (ou plus), nous avons supposé qu'il s'agissait de fentes étroites. Ainsi l'intensité due à une fente était la même I_0 pour tous les points P sur l'écran, peu importe l'angle d'observation θ .
- Si la fente n'est pas étroite, mais possède une largeur a , l'intensité sur l'écran n'est pas indépendante de l'angle θ mais décroît à mesure que l'angle augmente.

Observation :



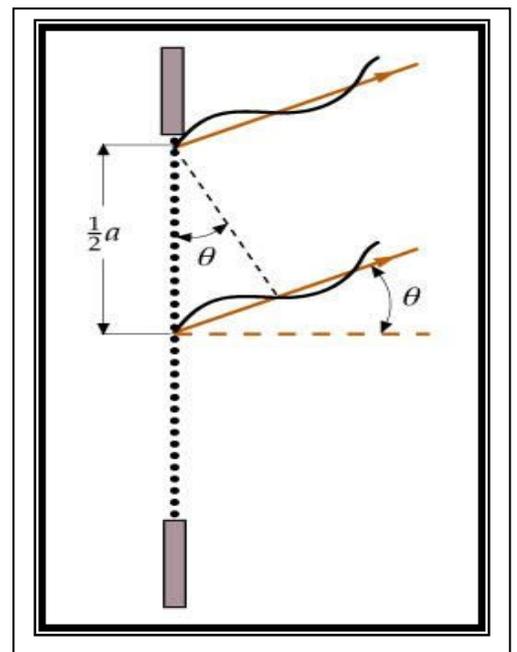
1. La majeure partie de la lumière est concentrée dans le maximum central lorsque $\sin(\theta)$ varie de $-\frac{\lambda}{a}$ à $+\frac{\lambda}{a}$.
2. Le premier minimum apparaît lorsque $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$.
3. La largeur du maximum central décroît si a augmente.

La diffraction et le principe d'Huygens

Le premier minimum apparaît lorsque l'onde lumineuse émise par le haut de la fente et celle émise par un point situé juste en dessous du milieu de la fente sont déphasées de θ .

En utilisant le principe d'Huygens, on divise la largeur de la fente en 100 sources secondaires. Le premier minimum apparaît lorsque la première source et la 51^{ème} sont déphasées de θ . Ainsi la 2^{ème} et la 52^{ème} sont également déphasées de θ . On peut parler d'interférence destructive si :

$$a \sin \theta = m \lambda \quad (m = 1, 2, 3...)$$



La position du premier minimum sur l'écran :

$$\tan \theta = \frac{y}{L}$$

Pour des petits angles:

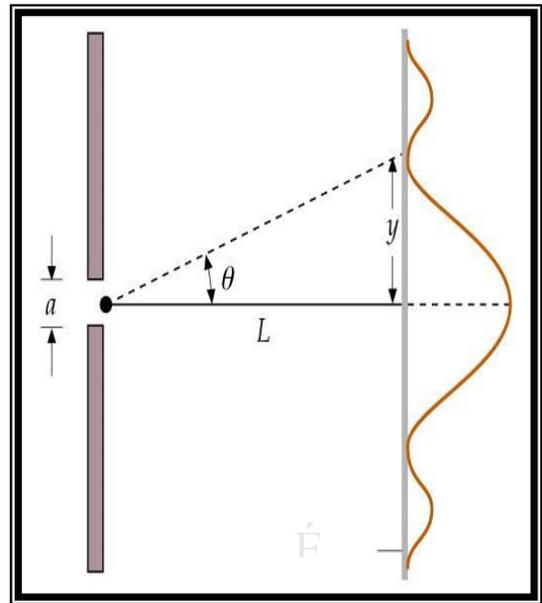
$$\tan \theta \approx \sin \theta$$

La position du premier minimum :

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

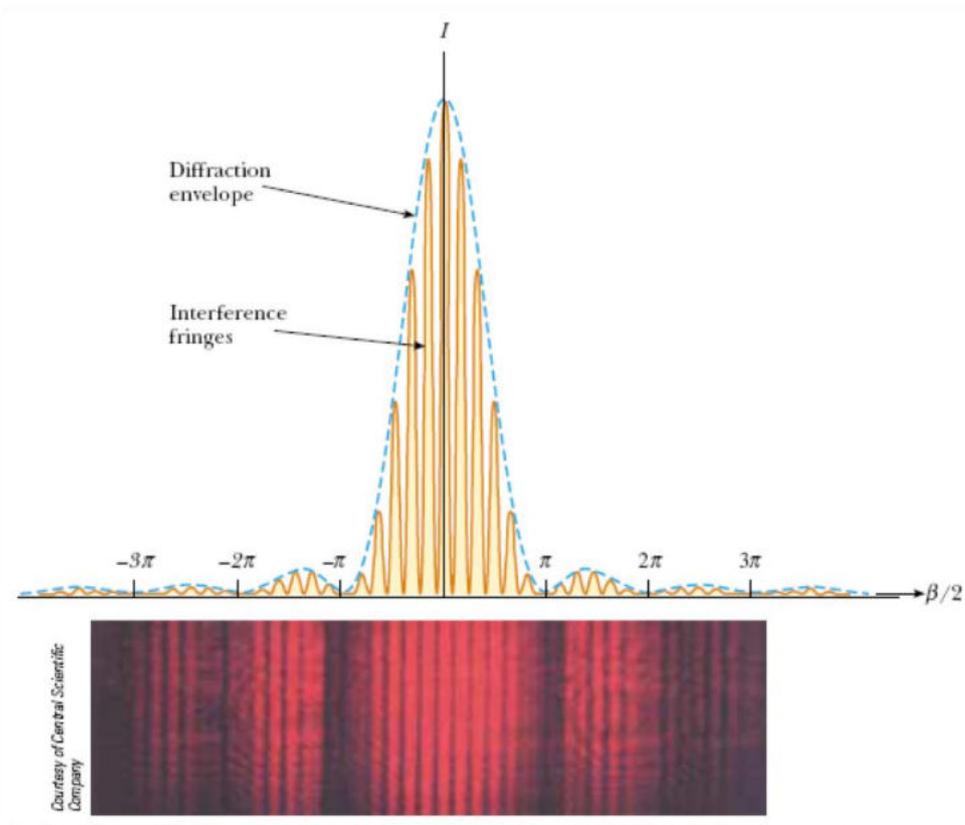
Ainsi, le premier minimum se retrouve à une distance y du centre de l'écran:

$$y = \frac{L\lambda}{a}$$



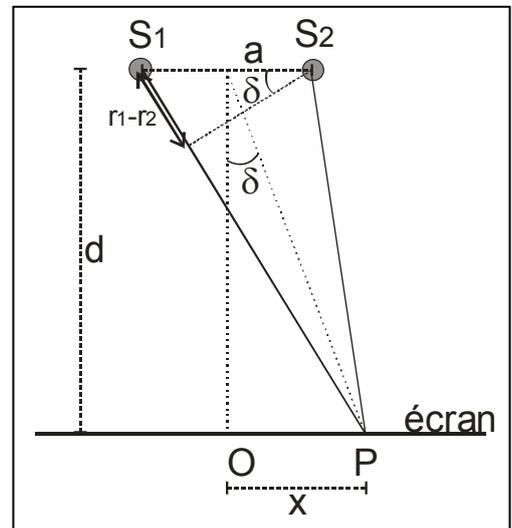
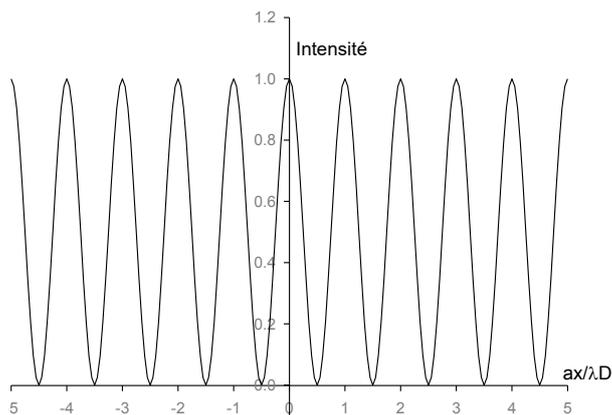
Interférence et diffraction combinées

Dans la description de l'expérience de Young, nous n'avons pas tenu compte de la figure de diffraction produite par chaque fente. Si l'écran est très éloigné, les fentes produisent des figures de diffraction qui se superposent. On observe la figure de diffraction d'une fente simple avec des maxima d'intensité plus élevée. On dit que la figure d'interférence a pour enveloppe la figure de diffraction produite par une fente simple.



Interférence : Distribution en intensité sur un écran placé à une distance d des sources S_1 et S_2

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda d} \right)$$



Diffraction = déformation de l'onde par un obstacle de dimension comparable à λ .

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(u)}{u} \right)^2$$

$$\text{Avec } u = \frac{\pi b \sin(\theta)}{\lambda}$$

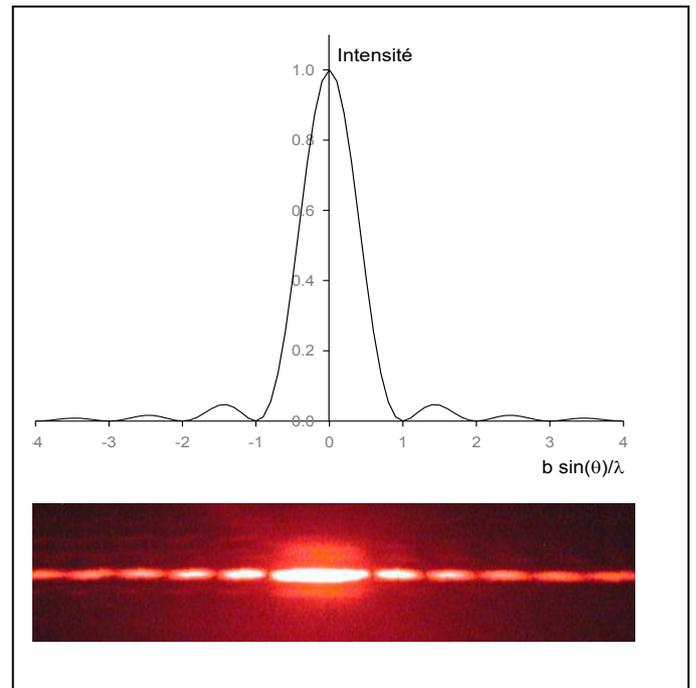
$$\begin{cases} I_{\max} = I_0 & \text{pour } \theta = 0 \\ I = 0 & \text{pour } \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} = k\pi \end{cases}$$

$$\text{soit pour } \sin \theta = \frac{k\lambda}{b}$$

L'intensité I_0 du maximum central est bien supérieure à celle des maxima secondaires. La largeur de la frange centrale est égale au double de l'intervalle qui sépare deux franges noires

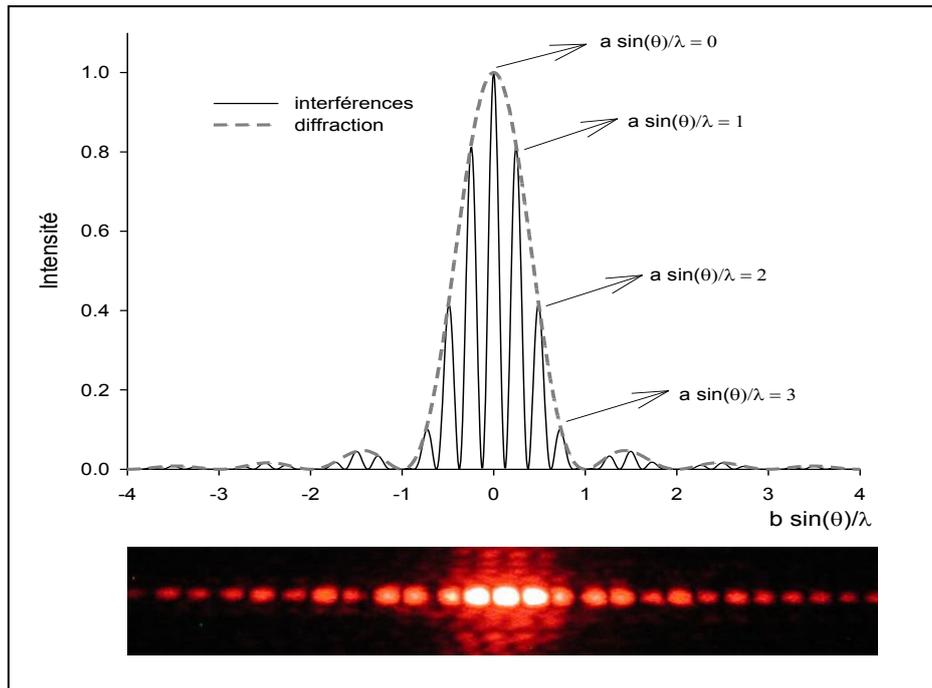
consécutives, soit $\frac{2\lambda}{b}$.

- Si $a = \lambda$ la fente F diffracte la lumière dans très grand angle ($\theta = 90^\circ$).
- Si $a \gg \lambda$ la tache centrale est très petite : il n'y a plus de diffraction.



Interférence + Diffraction

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin(\theta)}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin(\theta)}{\lambda}\right)} \right]^2 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right)$$



Rq :

Dans les formules précédentes on désigne par :

a : la distance entre les deux sources lumineuses S_1 et S_2 dans le cas des interférences.

b : la largeur de la fente F dans le cas de la diffraction.